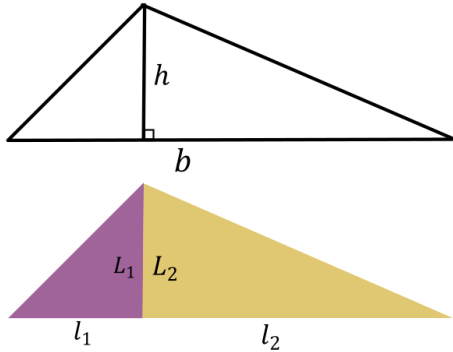


Pour une version en vidéo de ce cours, c'est par [ici](#).

Décomposition

Calculer la surface d'un objet plan revient à le décomposer en formes simples : des rectangles, des triangles, des arcs de disques, etc. Commençons avec un exemple simple : le triangle commun.

Un triangle a une base b et une hauteur h . Il peut être décomposé en deux triangles rectangles (avec un angle droit), respectivement de largeur l_1 et l_2 , et de longueur L_1 et L_2 .



Tout de suite, on constate que :

$$L_1 = L_2 = h$$

Les surfaces des deux triangles sont respectivement, comme vu précédemment :

$$S_1 = \frac{l_1 \times h}{2}$$

$$S_2 = \frac{l_2 \times h}{2}$$

des deux surfaces :

La surface du triangle complet est simplement la somme

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{l_1 \times h}{2} + \frac{l_2 \times h}{2}$$

On peut factoriser :

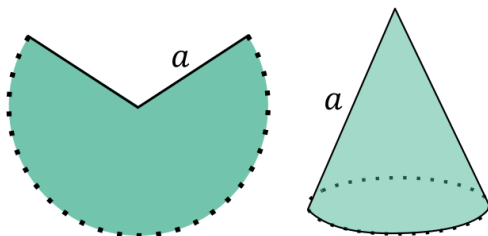
$$S = \frac{h}{2}(l_1 + l_2)$$

Sachant que la base b est simplement la somme des deux largeurs :

$$S = \frac{b \times h}{2}$$

On devine alors que la surface d'un triangle, quel qu'il soit, est toujours donnée par la même formule. Et c'est le cas.

Prenons un autre exemple : la surface d'un cône.



Un cône aplati est simplement le secteur d'un disque dont le rayon est égal à l'apothème du cône – et l'apothème a est l'hypoténuse d'un triangle de base R et de hauteur H . L'arc de cercle est égal au périmètre de la base.

Très bien. Exprimons tout cela avec des équations.

D'abord, la surface d'un secteur :

$$S = \frac{\theta}{2} a^2$$

Ensuite, l'apothème du cône (par Pythagore) :

$$a = \sqrt{R^2 + H^2}$$

Et enfin, l'égalité entre l'arc de cercle et le périmètre :

$$\theta a = 2\pi R$$

Qu'on peut résoudre directement pour θ :

$$\theta = \frac{2\pi R}{a}$$

Tout d'abord, dans la première expression, remplaçons θ à l'aide de la dernière expression :

$$S = \frac{2\pi R}{2a} a^2$$

$$S = \pi R a$$

Ensuite, remplaçons a :

$$S = \pi R \sqrt{R^2 + H^2}$$

Et voilà.

Nous reviendrons sur cette preuve lorsque nous parlerons des intégrales de surface et de volume mais déjà, avec quelques outils simples, on peut trouver des quantités intéressantes.